

Elektromagnetno polje

Naloga 1: Valovanje v koaksialnem kablu

Koaksialen kabel ima radij notranjega vodnika R_1 in notranji radij plašča R_2 . Oba obravnavamo kot idealna prevodnika.

Pokažite, da obstaja način valovanja, pri katerem je vzdolžna komponenta obeh polj enaka 0 (TEM način). Določite obliko polj in disperzijsko relacijo.

Naloga 2: Valovni vodnik

Imamo dolgo cev z notranjim radijem R , narejeno iz idealnega prevodnika.

- Pokažite, da lahko valovanje v notranjosti cevi razstavimo na komponento, pri kateri je komponenta magnetnega polja v vzdolžni smeri $B_z = 0$ (TM način), ter komponento, pri kateri je komponenta električnega polja v vzdolžni smeri $E_z = 0$ (TE način).
- Rešite enačbo za $E_z(\rho, \theta, z)$ pri TM načinih in za $B_z(\rho, \theta, z)$ pri TE načinih. Določite disperzijsko relacijo za vsak način.
- Valjast resonator: namesto cevi imamo sedaj votel valj dolžine d , pri katerem sta tudi zgornja in spodnja ploskev prevodni. Izračunajte najnižjo lastno frekvenco resonatorja.

Naloga 3: Umeritvena transformacija

Poiščite polja, gostoti naboja ter električnega toka, ki ustrezajo naslednjima potencialoma:

$$\begin{aligned}\varphi(\vec{r}, t) &= 0 \\ \vec{A}(\vec{r}, t) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{et}{r^2} \hat{e}_r.\end{aligned}$$

Uporabite umeritveno transformacijo $\chi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{et}{r}$, transformirajte potenciala in preverite rezultat.

Naloga 4: Lorentzova umeritev

Obravnavajte potenciala $\varphi(\vec{r}, t) = 0$ in $\vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 \sin(kx) \sin(\omega t) \hat{e}_y$.

- Pokažite, da zgornja potenciala zadoščata Lorentzovi umeritvi.
- Pokažite, da potenciala zadoščata valovni enačbi.
- Izračunajte Poyntingov vektor $\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t)$. Ali taka polja lahko prenašajo energijo?

Naloga 5: Kratka dipolna antena

V dipolni anteni, ki poteka v smeri osi z od $-L/2$ do $L/2$, je jakost električnega toka podana z odvisnostjo

$$I(z) = I_0 \cos(\omega t) \left(1 - \frac{|z|}{L/2} \right) .$$

Tok torej linearno pojema od sredine antene (kjer je priključena na napajalni kabel) proti robu. Pri tem velja, da je $L \ll \lambda$, kjer je $\lambda = c/\omega$, zato govorimo o kratkem dipolu. Uporabite enačbo za potencial A v sevalnem približku (s predavanj)

$$\vec{A}(\vec{r}, t) \simeq -\frac{\vec{r}}{r} \times \left(\frac{\vec{r}}{r} \times \frac{\mu_0}{4\pi r} \left(\int_V \vec{j}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}) d^3\vec{r}' \right) \right)$$

in za razdalje $r \gg \lambda$ izračunajte $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{S}$, celotno izsevano moč, ter realni del impedance Z . Slednjo določite iz enačbe $P = \langle UI \rangle$, kjer je $U = ZI$.

Ob vprašanjih se lahko obrnete na asistenta:

Andrej Vilfan
Tel.: 477-3874
andrej.vilfan@ijs.si

Liste z nalogami najdete na spletni strani

<http://svizec.ijs.si/avilfan/emp/>