

## Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

**Naloga 1:**

V nekem mediju se konstitutivna enačba (enačba, ki podaja gostoto električnega toka v odvisnosti od gostote naboja in jakosti el. polja) glasi

$$\frac{d}{dt} \vec{j} + C^2 \vec{\nabla} \rho = \epsilon_0 \omega_p^2 \vec{E}, \quad (1)$$

kjer sta  $C$  in  $\omega_p$  neki konstanti. Pokažite, da v tej snovi obstaja longitudinalno valovanje (torej, da tovrstni valovi zadostijo Maxwellovim enačbam) in določite njihovo disperzijsko relacijo  $\omega(k)$ .

**Naloga 2:**

Blizu koordinatnega izhodišča se nahajata dva električna dipola, katerih nihanje je podano z enačbama:

$$\vec{p}_1(t) = p_0 \hat{e}_x \cos(\omega t) \quad \vec{p}_2(t) = p_0 \hat{e}_y \sin(\omega t) \quad (2)$$

Za njuno medsebojno razdaljo  $d$  velja  $d \ll \lambda$ . Določite električno in magnetno polje na veliki razdalji od izhodišča ( $r \gg \lambda$ ), prostorsko odvisnost gostote izsevane moči ( $dP/d\Omega$ ) ter skupno izsevano moč.

**Naloga 3:**

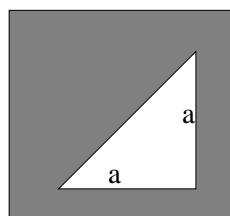
Delec z nabojem  $e$  in maso  $m$  se nahaja v harmoničnem potencialu  $U = \frac{1}{2}k\rho^2$ , pri čemer je  $\rho$  razdalja od osi  $z$ , ter homogenem magnetnem polju  $B = B\hat{e}_z$ , ki ga opišemo s potencialom  $\vec{A} = -\frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{B}$ .

Ob času  $t = 0$  delec miruje na razdalji  $\rho_0$  od osi  $z$ . Do kakšne razdalje se bo delec najbolj približal osi  $z$ ? Iščemo torej najmanjšo vrednost  $\rho$ , ki jo delec doseže med gibanjem.

Navodilo: Zapišite Lagrangeovo in Hamiltonovo funkcijo v cilindričnih koordinatah ter poišcite impulze, ki se ohranjajo.

**Dodatna naloga (4):**

Valovni vodnik z idealno prevodnimi stenami ima v preseku obliko trikotnika s stranicami  $a$ ,  $a$  in  $\sqrt{2}a$ . Poiščite najnižje frekvence TE ( $E_z = 0$ ) in TM ( $B_z = 0$ ) načinov pri danem valovnem vektorju  $k_z$ .



Čas reševanja: 90 min

Dovoljeni pripomočki: zbirka enačb, matematični priročniki in žepni računalnik brez zmožnosti brezžične komunikacije.