

Elektromagnetno polje

Naloga 1: Sevanje dipola ob prevodni plošči

Določite prostorsko porazdelitev izsevane moči za električni dipol, ki se nahaja na višini $d \ll \lambda$ nad idealno prevodno ploščo, in sicer tako, da enkrat velja

a)

$$\vec{p}(t) = p_0 e^{-i\omega t} \hat{e}_z$$

b) in drugič

$$\vec{p}(t) = p_0 e^{-i\omega t} \hat{e}_x .$$

Naloga 2: Multipolni razvoj EM valovanja

Podobno kot statična polja, lahko tudi izsevano elektromagnetno valovanje razvijemo po multipolnih momentih. Razvoj je mdr. pomemben v atomski in jedrski fiziki, kjer sprememba vrtilne količine pri nekem prehodu določi prostorsko odvisnost porazdelitve fotonov.

a) Pokażite, da iz Maxwellovih enačb v vakuumu sledi, da za električno in magnetno polje velja

$$(\Delta + k^2)(\vec{r} \cdot \vec{E}) = 0 \qquad (\Delta + k^2)(\vec{r} \cdot \vec{B}) = 0 .$$

b) Pokażite, da za Laplaceov operator velja

$$\Delta \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi) - \frac{L^2}{r^2} \psi$$

pri čemer je $\vec{L}$ operator vrtilne količine, $L = \frac{1}{i} \vec{r} \times \vec{\nabla}$.

c) Pokażite, da lahko rešitve zgornjih valovnih enačb zapišemo kot

$$\vec{r} \cdot \vec{B}_{lm} = \frac{l(l+1)}{k} h_l(kr) Y_{lm}(\theta, \phi)$$

kjer so $h_l(x)$ sferične Hanklove funkcije in Y_{lm} krogelne funkcije. Analogno velja za $\vec{E}$. Pri tem upoštevajte, da je $L^2 Y_{lm} = l(l+1) Y_{lm}$.

d) Pokażite, da sta celotni polji, ki rešita zgornjo enačbo,

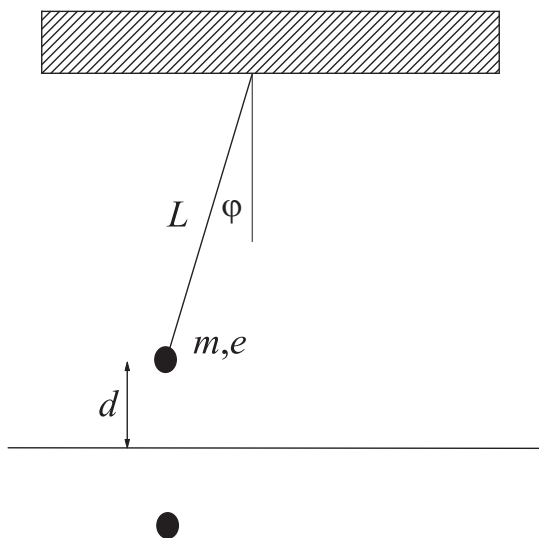
$$\vec{E}_{lm}^{(M)} = h_l(kr) \vec{L} Y_{lm}(\theta, \phi) \qquad \vec{B}_{lm}^{(M)} = -\frac{i}{k} \vec{\nabla} \times \vec{E}_{lm}^{(M)} .$$

Podobno zvezo lahko izpeljemo tudi za rešitve, kjer izhajamo iz longitudinalne komponente polja $\vec{E}$.

e) V limiti $x \rightarrow \infty$ velja $h_l^{(1)}(x) \approx (-i)^{l+1} \frac{1}{x} e^{ix}$. Določite kotno odvisnost polj $\vec{E}$ in $\vec{B}$ za obe vrsti rešitev. Določite tudi kotno porazdelitev izsevane moči.

Naloga 3: Lagrangeova funkcija

Na majhno utež z maso m nanesemo naboj e ter jo nato obesimo na dolgo lahko neprevodno nitko dolžine L . Pod utežjo se na razdalji d nahaja neskončna ozemljena prevodna plošča. Določite frekvenco nihanja takega nihala za majhne odmike okoli ravnovesne lege. Odmiki so tako majhni, da lahko zanemarimo magnetno polje, ki nastane zaradi gibanja nabojev kot tudi dušenje zaradi sevanja. Prav tako lahko zanemarite gravitacijski potencial.



Ob vprašanjih se lahko obrnete na asistenta:

Andrej Vilfan
Tel.: 477-3874
andrej.vilfan@ijs.si

Liste z nalogami najdete na spletni strani

<http://svizec.ijs.si/avilfan/emp/>