

Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

Naloga 1:

Neskončno dolg valj z radijem R in simetrijsko osjo v smeri z , narejen iz materiala z dielektrično konstanto ϵ , se nahaja v električnem polju, ki ima daleč stran od valja obliko $\vec{E} = E\hat{e}_x$.

Določite elektrostatski potencial φ in jakost električnega polja \vec{E} povsod v prostoru.

Matematični poduk:

Rešitve Laplaceove enačbe v 2D polarnih koordinatah imajo obliko:

$$A + B \ln \rho + \sum_m (A_m \rho^m + B_m \rho^{-m}) \cos(m\phi) + \sum_m (C_m \rho^m + D_m \rho^{-m}) \sin(m\phi)$$

Naloga 2:

V nekem mediju se konstitutivna enačba (enačba, ki podaja gostoto električnega toka v odvisnosti od gostote naboja in jakosti el. polja) glasi

$$\frac{d}{dt} \vec{j} + C^2 \vec{\nabla} \rho = \epsilon_0 \omega_p^2 \vec{E},$$

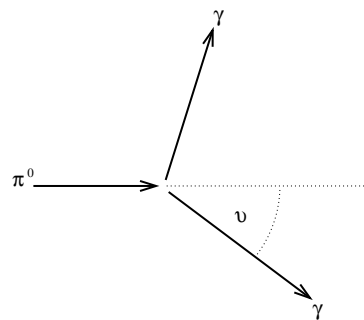
kjer sta C in ω_p neki konstanti. Velja $C \ll c$.

- Uporabite nastavek za ravne valove in s pomočjo Maxwellovih enačb vse količine, ki nastopajo v zgornji enačbi, pri privzetem valovnem vektorju \vec{k} in frekvenci ω izrazite z jakostjo električnega polja \vec{E} .
- Pokažite, da ima enačba rešitve v obliki longitudinalnega valovanja in določite njihovo disperzijsko relacijo $\omega(k)$.
- Pokažite, da ima tudi transverzalne rešitve in prav tako določite njihovo disperzijsko relacijo.

Naloga 3:

Curek pionov π^0 z maso $135 \text{ MeV}/c^2$ in celotno energijo 270 MeV se giblje v smeri osi x . Pioni pri tem razpadajo v pare fotonov.

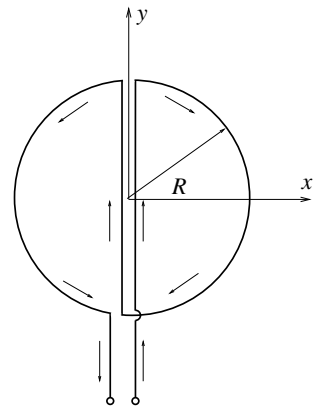
- V katerem območju kotov ϑ je energija nastalih fotonov večja od $m_\pi c^2/2$, torej $67,5 \text{ MeV}$?
- Izmed vseh nastalih fotonov izračunajte delež tistih, ki izpolnjujejo zgornji pogoj, torej $E_\gamma > m_\pi c^2/2$.



Dodatna naloga (4):

Tokovna zanka, ki leži v ravnini $x - y$ ima obliko, kot jo kaže skica. Radij zanke je R , ostale razdalje so zanemarljive. Po njej teče tok $I = I_0 \cos(\omega t)$. Velja $R \ll c/\omega$.

Določite porazdelitev gostote izsevane moči po prostorskem kotu, $dP/d\Omega$. Namig: gre za magnetno kvardupolno sevanje.



Čas reševanja: 90 min

Dovoljeni pripomočki: enoten list z enačbami, matematični priročniki in zbirke matematičnih enačb (po lastni izbiri), žepni računalnik brez zmožnosti brezžične komunikacije.