

Elektromagnetno polje

Naloga 1: Določitev gostote naboja iz potenciala

Časovno izpovprečeni potencial nevtralnega vodikovega atoma je podan z izrazom

$$\phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\alpha r}}{r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2} \right),$$

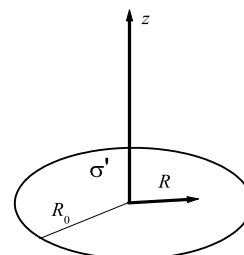
kjer je $\alpha^{-1} = a_B/2$. Določite ustrezno gostoto naboja, ki je odgovorna za tak potencial.

Naloga 2: Enakomerno nabita krogla

Izračunajte potencial in jakost električnega polja enakomerno nabite krogle z radijem R in nabojem e .

Naloga 3: Polje nabite okrogle plošče

Izračunajte jakost električnega polja vzdolž osi enakomerno nabite okrogle plošče z radijem R_0 . Vrednost zelo blizu plošče primerjajte s poljem neskončne ravnine. Kakšno je polje zelo daleč od plošče?

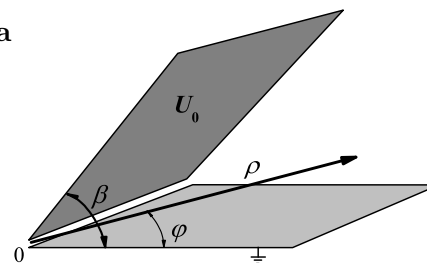


Naloga 4: Potencial med dvema prevodnima ploščama

Dve veliki (neskončni) vzporedni ozemljeni plošči ležita v xz -ravnini, prva pri $y = 0$, druga pa pri $y = a$. Stranico pri $x = 0$ zapremo z zelo dolgim (neskončnim) trakom, ki se nahaja na potencialu $\phi = U_0$. Določite potencial povsod znotraj take "špranje".

Naloga 5: Potencial med prevodnima polravninama

Dve polravnini se stikata v $x = 0$ kot to kaže spodnja slika. Polravnini oklepata kot $\beta = 30^\circ$. Ena od ravnin je ozemljena, druga pa se nahaja na potencialu $U_0 = 5\text{ V}$. Določite potencial in jakost električnega polja med ravninama.



Ob vprašanjih se lahko obrnete na asistenta:

Andrej Vilfan
Tel.: 477-3874
andrej.vilfan@ijs.si

Liste z nalogami najdete na spletni strani

<http://svizec.ijs.si/avilfan/emp/>

Polarne (krogelne) koordinate

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta$$

$$\begin{aligned}\hat{e}_r &= \sin \vartheta \cos \varphi \hat{e}_x + \sin \vartheta \sin \varphi \hat{e}_y + \cos \vartheta \hat{e}_z \\ \hat{e}_\vartheta &= \cos \vartheta \cos \varphi \hat{e}_x + \cos \vartheta \sin \varphi \hat{e}_y - \sin \vartheta \hat{e}_z \\ \hat{e}_\varphi &= -\sin \varphi \hat{e}_x + \cos \varphi \hat{e}_y.\end{aligned}$$

Gradient skalarne funkcije:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \hat{e}_\vartheta + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi \quad (1)$$

Divergenca vektorske funkcije:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \left[\frac{\partial (r^2 \sin \vartheta A_r)}{\partial r} + \frac{\partial (r \sin \vartheta A_\vartheta)}{\partial \vartheta} + \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial \varphi} \right] \quad (2)$$

Rotor vektorske funkcije:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \begin{vmatrix} \hat{e}_r & r \hat{e}_\vartheta & r \sin \vartheta \hat{e}_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \vartheta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\vartheta & r \sin \vartheta A_\varphi \end{vmatrix} \quad (3)$$

Laplaceov operator na skalarni funkciji:

$$\vec{\nabla}^2 f = \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left[\sin^2 \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \right] \quad (4)$$

Cilindrične koordinate

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z$$

$$\begin{aligned}\hat{e}_\rho &= \cos \varphi \hat{e}_x + \sin \varphi \hat{e}_y \\ \hat{e}_\varphi &= -\sin \varphi \hat{e}_x + \cos \varphi \hat{e}_y \\ \hat{e}_z &= \hat{e}_z.\end{aligned}$$

Gradient skalarne funkcije:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{e}_z \quad (5)$$

Divergenca vektorske funkcije:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial (\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \right] + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (6)$$

Rotor vektorske funkcije:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \hat{e}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \hat{e}_\varphi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial (\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \hat{e}_z. \quad (7)$$

Laplaceov operator na skalarni funkciji:

$$\Delta f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (8)$$