

### Elektromagnetno polje: 2. pisni izpit

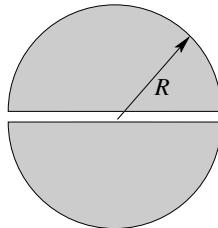
**Naloga 1:**

Prevodna z radijem  $R$  je v ravnini  $x - y$  prerezana na dve polovici, ki sta med seboj izolirani, špranja med njima pa je zelo tanka. Na začetku sta polovici nenabiti. Potem ju postavimo v zunanje polje  $\vec{E} = -E_0 \hat{e}_z$ .

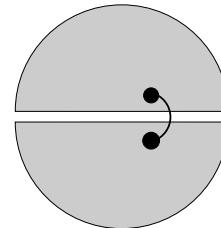
- Določite elektrostatski potencial  $\varphi$  okoli krogle ter površinsko gostoto induciranega naboja  $\sigma$ .
- Izračunajte silo, ki deluje med polovicama krogle. Povejte, ali je privlačna ali odbojna.
- Sedaj obe polovici električno sklenemo. Kolikšna je sedaj sila in v katero smer deluje?

$$\begin{array}{c} E \\ \downarrow \end{array}$$

(a)



(c)



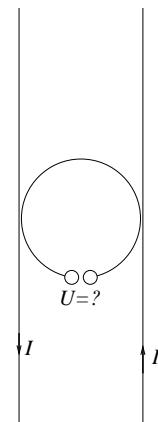
Napotek: Ker je razdalja med polovicama majhna, lahko pri nalogi (a) napetost med polovicama zanemarimo. Priporočam uporabo napetostnega tenzorja tik ob površini polkrogle.

**Naloga 2:**

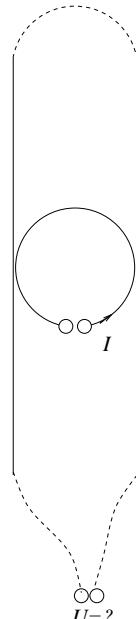
Dolgi tanki ravni žici se nahajata na medsebojni razdalji  $2a$ , po njiju pa tečeeta nasprotna tokova s časovno odvisnostjo  $I = I_0 \cos(\omega t)$ . Med njima se nahaja krožna zanka z radijem  $a$ , ki je od obeh vodnikov izolirana. Zanka je na enem mestu prekinjena z merilcem napetosti.

- Določite časovno odvisnost inducirane napetosti na notranji zanki. Računajte v kvazistatičnem približku.
- Sedaj situacijo obrnemo in na notranjo zanko priključimo tok  $I_0 \cos(\omega t)$  ter merimo inducirano napetost med zunanjima vodnikoma. Spet določite časovno odvisnost te napetosti.

a)



b)



**Naloga 3:**

Elektromagnetno valovanje oblike  $\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}$  vpada na sistem dveh sipalcev, ki se nahajata v točkah  $(0,0,d)$  in  $(0,0,-d)$ . Velja  $\vec{k} = k(\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$  in  $\vec{E}_0 = E_0(\cos \alpha, 0, -\sin \alpha)$ . Sipalca sta anizotropna in se polarizirata le v smeri  $z$ , torej  $\vec{p} = \hat{e}_z \alpha E_z$ .

Izračunajte porazdelitev gostote energijskega toka sisanega valovanja ( $dP/d\Omega$ ) kot funkcijo kota  $\vartheta$  ter skupen energijski tok sisanega valovanja ( $P$ ).

**Matematični pripomočki:**

Osno-simetrične rešitve Laplaceove enačbe:

$$\varphi(r,\vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} (A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}) P_l(\cos \vartheta)$$

Legendrovi polinomi:

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_2(x) &= \frac{3x^2 - 1}{2} \\ P_3(x) &= \frac{5x^3 - 3x}{2} \\ P_4(x) &= \frac{35x^4 - 30x^2 + 3}{8} \\ P_5(x) &= \frac{63x^5 - 70x^3 + 15x}{8} \end{aligned}$$


---

Čas reševanja: 90 min

Dovoljeni pripomočki: enoten list z enačbami, matematični priročniki in zbirke matematičnih enačb (po lastni izbiri), žepni računalnik brez zmožnosti brezzične komunikacije.