

Elektromagnetno polje

Naloga 1: Električni kvadrupol

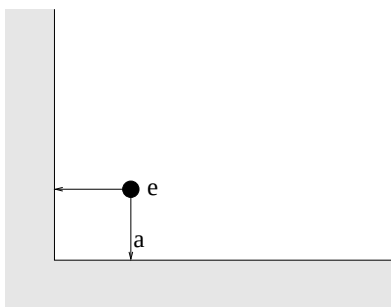
Multipolni razvoj potenciala, ki ga povzroči lokalizirana porazdelitev nabojev, se do kvadrupolnega člena glasi

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e}{r} + \sum_i p_i \frac{r_i}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} Q_{ij} \frac{r_i r_j}{r^5} + \dots \right)$$

- a) Pokažite, da za kvadrupolni moment velja

$$Q_{ij} = \int \rho(\vec{s}) [3s_i s_j - \delta_{ij} s^2] d^3\vec{s}$$

- b) Naboj e naj se nahaja v vogalu med dvema prevodnima ploščama, tako da je od vsake izmed njiju oddaljen za razdaljo a . Izračunajte kvadrupolni moment nastale porazdelitve nabojev.



- c) Izračunajte potencial $\varphi(\vec{r})$ v veliki oddaljenosti, $r \gg a$.

Naloga 2: Konformna preslikava

Zelo dolg votel prevodni valj z radijem a je vzdolžno prerezan po sredini na dve polovici. Polovici medsebojno dobro izoliramo, nato pa ju priključimo na napetost U_0 . Izračunajte električni potencial povsod po prostoru!

Napotek: Laplaceova enačba je invariantna pri konformnih preslikavah. Konformna preslikava v 2D je npr. $(x,y) \rightarrow (u,v)$, pri čemer je $u + iv = f(x + iy)$ in f poljubna analitična funkcija. V našem primeru lahko uporabite preslikavo $f(z) = i \left(\frac{z-a}{z+a} \right)$, kjer je a radij valja.

Naloga 3: Laplaceova enačba v krogelnih koordinatah

Votlo krogelno lupino z radijem R nabijemo tako, da je potencial na lupini enak $\phi = U \cos^2 \vartheta + U_0$, kjer je U_0 neznana konstanta. Celoten naboj na lupini je 0.

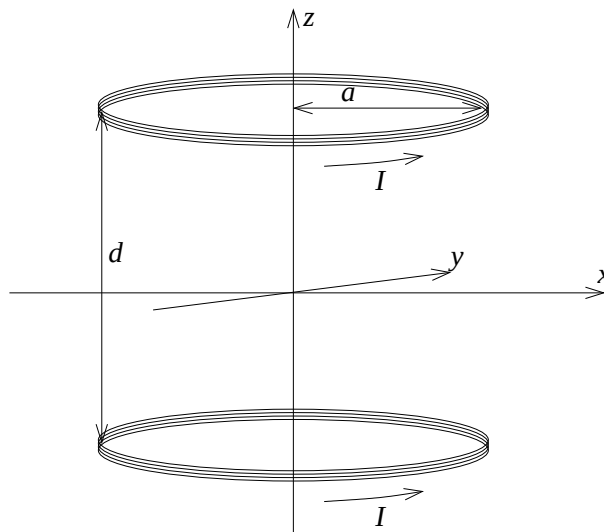
Določite potencial v celotnem prostoru.

Naloga 4: Magnetni potencial

Neprevodno kroglo z radijem a po površini enakomerno nabijemo z nabojem z gostoto σ . Kroglo zavrtimo s kotno hitrostjo $\vec{\omega}$. Določite magnetni potencial $\vec{A}$ ter gostoto magnetnega polja $\vec{B}$. Kaj pa se zgodi z nabojem, če je krogla prevodna? Kvalitativen odgovor zadošča.

Naloga 5: Helmholtzovi tuljavi

Helmholtzovi tuljavi sta dve navitji z radijem a na razdalji d , po katerih teče tok v vzporedni smeri. Njun namen je doseči v notranjosti kar se da homogeno magnetno polje.



- Utemeljite, zakaj ima magnetno polje v notranjosti lahko le komponenti (v cilindričnih koordinatah) B_z in B_ρ , ne pa B_φ .
- Utemeljite, zakaj ima magnetno polje v simetrijski ravnini ($z = 0$) lahko le komponento B_z .
- Izračunajte drugi odvod $\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}$ v točki na sredini med tuljavama. V kakšnem razmerju morata biti a in d , da bo drugi odvod nič? Kolikšen je potem B_z v tej točki?

Ob vprašanjih se lahko obrnete na asistenta:

Andrej Vilfan
Tel.: 477-3874
andrej.vilfan@ijs.si



Liste z nalogami najdete na spletni strani

<http://svizec.ijs.si/avilfan/emp/>