Asist. Andrej Vilfan

18. 12. 2012
7. vaja

Elektromagnetno polje

Naloga 1: Plazemski valovi
Dielektrična konstanta v idealni plazmi (v določenem frekvenčnem območju velja tudi za prevodne elektrone v kovini) je podana z enačbo

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \, .$$

Diskutirajte načine EM valovanja v tem mediju.

Naloga 2: Longitudinalno valovanje
V nekem mediju se konstitutivna enačba (enačba, ki podaja gostoto električnega toka v odvisnosti od gostote naboja in jakosti el. polja) glasi

$$\frac{d}{dt}\vec{j} + C^2 \vec{\nabla}\rho = \varepsilon_0 \omega_p^2 \vec{E} \, ,$$

kjer sta C in ω_p neki konstanti. Pokažite, da v tej snovi obstaja longitudinalno valovanje (torej, da tovrstni valovi zadostijo Maxwellovim enačbam) in določite njihovo disperzijsko relacijo $\omega(k)$.

Naloga 3: Površinski plazmoni
Imamo ravno ploskev med dvema medijema, od katerih ima eden pri dani frekvenci ω pozitivno dielektrično konstanto ($\varepsilon_1 > 0$), drugi pa negativno ($\varepsilon_2 < 0$), kar velja npr. za kovine pod plazemsko frekvenco. Pokažite, da se po stični ploskvi lahko širijo površinski valovi in zapišite izraz za $\vec{E}(\vec{x}, t)$.

Naloga 4: Valovanje v koaksialnem kablu
Koaksialen kabel ima radij notranjega vodnika R_1 in notranji radij plašča R_2. Oba obravnavamo kot idealna prevodnika.
Pokažite, da obstaja način valovanja, pri katerem je vzdolžna komponenta obeh polj enaka 0 (TEM način). Določite obliko polj in disperzijsko relacijo.

Naloga 5: Valovni vodnik
Imamo dolgo cev z notranjim radijem R, narejeno iz idealnega prevodnika.

a) Pokažite, da lahko valovanje v notranjosti cevi razstavimo na komponento, pri kateri je komponenta magnetnega polja v vzdolžni smeri $B_z = 0$ (TM način), ter komponento, pri kateri je komponenta električnega polja v vzdolžni smeri $E_z = 0$ (TE način).

b) Rešite enačbo za $E_z(\rho,\theta,z)$ pri TM načinih in za $B_z(\rho,\theta,z)$ pri TE načinih. Določite disperzijsko relacijo za vsak način.

c) Valjast resonator: namesto cevi imamo sedaj votel valj dolžine d, pri katerem sta tudi zgornja in spodnja ploskev prevodni. Izračunajte najnižjo lastno frekvenco resonatorja.

Naloga 6: Umeritvena transformacija
Poiščite polja, gostoti naboja ter električnega toka, ki ustrezajo naslednjima potencialoma:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r},t) &= 0 \\ \vec{A}(\vec{r},t) &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{et}{r^2}\hat{e}_r\,. \end{aligned}$$

Uporabite umeritveno transformacijo $\chi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{et}{r}$, transformirajte potenciala in preverite rezultat.

Naloga 7: Lorentzova umeritev
Obravnavajte potenciala $\varphi(\vec{r},t) = 0$ in $\vec{A}(\vec{r},t) = A_0 \sin(kx)\sin(\omega t)\,\hat{e}_y$.

a) Pokažite, da zgornja potenciala zadoščata Lorentzovi umeritvi.

b) Pokažite, da potenciala zadoščata valovni enačbi.

c) Izračunajte Poyntingov vektor $\vec{\mathcal{P}}(\vec{r},t)$. Ali taka polja lahko prenašajo energijo?

Ob vprašanjih se lahko obrnete na asistenta:

Andrej Vilfan
Tel.: 477-3874
andrej.vilfan@ijs.si

Liste z nalogami najdete na spletni strani

`http://svizec.ijs.si/avilfan/emp/`